****

**Kauno technologijos universitetas**

Informatikos fakultetas

Laboratorinio darbo ataskaita

**Pirmas laboratorinis darbas**

P170B115 Skaitiniai metodai ir algoritmai

|  |
| --- |
|  |
| **IFF-2/1 Kristupas Kondratavičius** |
| Studentas |
| **Andrius Kriščiūnas**  Dėstytjas |
|  |

**Kaunas, 2024**

**Turinys**

[1. Užduoties pirma dalis 4](#_Toc178253986)

[1.1. Tikslaus ir grubaus įverčio skaičiavimai 5](#_Toc178253987)

[1.2. Skenavimo intervalai 6](#_Toc178253988)

[1.3. Skenavimo intervalų tikslinimas 7](#_Toc178253989)

[1.4. Rezultatų tikrinimas 9](#_Toc178253990)

[2. Užduoties antra dalis 11](#_Toc178253991)

[2.1. Teiloro eilutės tarpiniai grafikai 12](#_Toc178253993)

[2.2. Sudaryto daugianario vaizdavimas 13](#_Toc178253994)

[2.3. Gauta TE išraiška 14](#_Toc178253995)

[2.4. Sprendinio tikslumo kitimo grafikai 14](#_Toc178253996)

Vizualizacijų sąrašas

[pav. 1 – daugianario aptiktų šaknų intervalai 6](#_Toc178253997)

[pav. 2 – funkcijos aptiktų šaknų intervalai 6](#_Toc178253998)

[pav. 3 – daugianario šaknų tikslinimas 7](#_Toc178253999)

[pav. 4 – funkcijos šaknų tikslinimas 8](#_Toc178254000)

[pav. 5 – wolframalpha.com apskaičiotos daugianario šaknys 9](#_Toc178254001)

[pav. 6 - wolframalpha.com apskaičiotos funkcijos šaknys 10](#_Toc178254002)

[pav. 7 – teiloro eilutė, kai jos narių skaičius 3, 4 ir 5 12](#_Toc178254003)

[pav. 8 – grafiškai vaizduojama 26 elementų Teiloro eilutė 13](#_Toc178254004)

## Užduoties pirma dalis

1 dalis (5 balai). Išspręskite netiesines lygtis (1 ir 2 lentelės), kai lygties funkcija yra daugianaris ir transcendentinė funkcija .

1. Nustatykite daugianario 𝑓(𝑥) šaknų intervalą, taikydami „grubų“ ir „tikslesnį“ įverčius. Grafiškai pavaizduokite daugianarį tokiame intervale, kad matytųsi abu įverčiai. Funkciją 𝑔(𝑥) grafiškai pavaizduokite užduotyje nurodytame intervale. Esant poreikiui, grafikų ašis pakeiskite taip, kad būtų aiškiai matomos funkcijų šaknys;
2. Naudodami skenavimo algoritmą su nekintančiu skenavimo žingsniu raskite šaknų atskyrimo intervalus. Daugianariui skenavimo intervalas parenkamas pagal 1 užduoties punkte gautas įverčių reikšmes. Funkcija 𝑔(𝑥) skenuojama užduotyje nurodytame intervale.
3. Skenavimo metodu atskirtas daugianario ir funkcijos šaknis tikslinkite užduotyje nurodytais metodais. Skaičiavimo scenarijuje turi būti panaudotos skaičiavimų pabaigos sąlygos. Skaičiavimų rezultatus pateikite lentelėje, kurioje nurodykite šaknies tikslinimui naudojamą metodą, pradinį artinį arba atskyrimo intervalą, gautą sprendinį (šaknį), funkcijos reikšmę ties šaknimi, tikslumą, iteracijų skaičių. Palyginkite, kuriuo metodu sprendiniui rasti panaudota mažiau iteracijų;
4. Gautas šaknų reikšmes patikrinkite naudodami išorinius išteklius ( funkcijas roots arba fzero, tinklapį wolframalpha.com arba kitas priemones) ir pateikite patikrinimo rezultatus.

**Pradiniai duomenys**

Užduoties variantas: 8.

Daugianaris:

Funkcija:

Metodai:

Pusiaukirtos ir Kvazi-Niutono (kirstinių).

### Tikslaus ir grubaus įverčio skaičiavimai

Daugianario persitvarkymas:

Grubus įvertis:

Grubus šaknų įvertis =

Tikslus įvertis:

Įsistačius -x vietoj x gauname daugianarį:

**Tikslus rėžių įvertinimas:**

### Skenavimo intervalai

Skanuojama intervalu 0.1.

**f(x) aptikti šaknų intervalai:**

A graph with a line and point

Description automatically generated with medium confidence

pav. 1 – daugianario aptiktų šaknų intervalai

**g(x) aptikti šaknų intervalai:**

A graph with red lines

Description automatically generated

pav. 2 – funkcijos aptiktų šaknų intervalai

### Skenavimo intervalų tikslinimas

Pagal užduotį skenuotų intervalų šaknų tikslinimui naudojame Pusiaukirtos ir Kvazi-Niutono(cross-section) algoritmus.

**Gauti daugianario šaknų rezultatai:**

A graph with a line and dots

Description automatically generated

pav. 3 – daugianario šaknų tikslinimas

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *fx(x)* | | | | | | |
| Šaknis | Metodas | Atskyrimo intervalas | Sprendinys | Funkcijos reikšmė | Tikslumas | Iteracijos |
| 1 | Bisection | [-1.249; -1.149] | -1.180246 | 0 | 1e-12 | 35 |
| Cross section | -1.180246 | 0 | 5 |
| 2 | Bisection | [-0.649; -0.549] | -0.566366 | 0 | 36 |
| Cross section | -0.566366 | 0 | 5 |
| 3 | Bisection | [1.251; 1.351] | 1.330278 | 0 | 39 |
| Cross section | 1.330278 | 0 | 5 |
| 4 | Bisection | [4.151; 4.251] | 4.162602 | 0 | 41 |
| Cross section | 4.162602 | 0 | 5 |

**Gauti funkcijos šaknų rezultatai:**

A graph with red lines and dots

Description automatically generated

pav. 4 – funkcijos šaknų tikslinimas

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *gx(x)* | | | | | | |
| Šaknis | Metodas | Atskyrimo intervalas | Sprendinys | Funkcijos reikšmė | Tikslumas | Iteracijos |
| 1 | Bisection | [-2.6; -2.5] | -2.506628 | 0 | 1e-12 | 34 |
| Cross section | -2.506628 | 0 | 5 |
| 2 | Bisection | [-2.1; -2] | -2 | 0 | 38 |
| Cross section | -2 | 0 | 1 |
| 3 | Bisection | [-1.8; -1.7] | -1.772453 | 0 | 37 |
| Cross section | -1.772453 | 0 | 7 |
| 4 | Bisection | [1.7; 1.8] | 1.772453 | 0 | 41 |
| Cross section | 1.772453 | 0 | 6 |
| 5 | Bisection | [2.5; 2.6] | 2.506628 | 0 | 36 |
| Cross section | 2.506628 | 0 | 5 |

### Rezultatų tikrinimas

Pasinaudojame wolframalpha.com, kad pasitikrinti gautus rezultatus.

**Tikriname daugianario šaknis:**

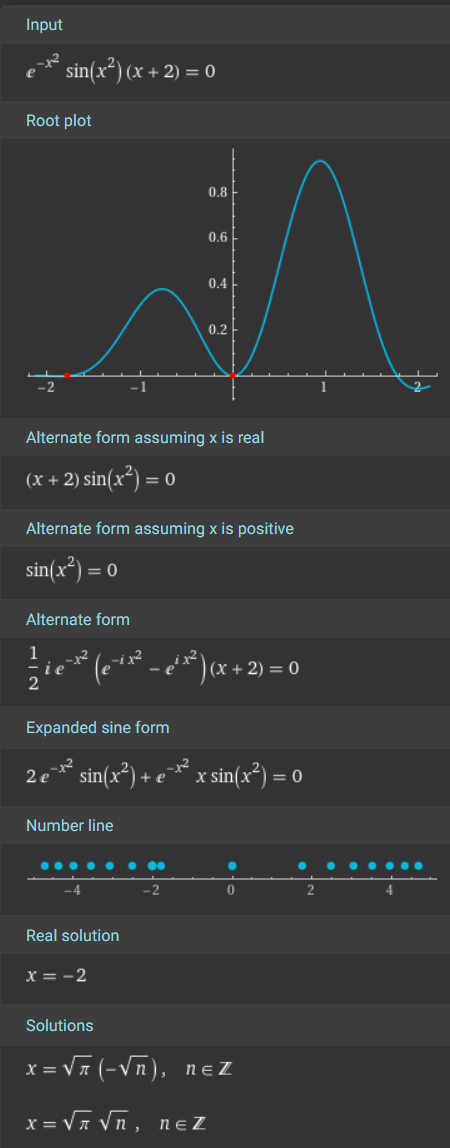
A screenshot of a graph

Description automatically generated

pav. 5 – wolframalpha.com apskaičiotos daugianario šaknys

Matome, kad gauti rezultatai atitinka apskaičiuotus.

**Tikriname funckijos šaknis:**



pav. 6 - wolframalpha.com apskaičiotos funkcijos šaknys

Matome, kad šie gauti rezultatai taip pat atitinka skaičiavimų rezultatus.

## Užduoties antra dalis

2 dalis (5 balai). 3 lentelėje pateiktą funkciją ℎ(𝑥) išskleiskite Teiloro eilute (TE) nurodyto intervalo vidurio taško aplinkoje. Nustatykite TE narių skaičių, su kuriuo visos TE šaknys esančios nurodytame intervale, skiriasi nuo funkcijos ℎ(𝑥) šaknų ne daugiau negu |1e-4|. Tiek pateiktos funkcijos ℎ(𝑥) šaknis, tiek TE šaknis raskite antru iš pirmoje dalyje realizuotų skaitinių metodų (Niutono arba Kvazi-Niutono, priklausomai nuo varianto). Darbo ataskaitoje pateikite:

1. tarpinius grafikus, kai drauge su pateikta funkcija ℎ(𝑥) nurodytame intervale atvaizduojama TE, kai jos narių skaičius lygus 3, 4 ir 5.
2. grafiką, kuriame pavaizduotas reikalaujamą tikslumą užtikrinantis pagal TE sudarytas daugianaris, drauge pateikiant ir funkcijos ℎ(𝑥) grafiką;
3. nustatytos reikalaujamą tikslumą užtikrinančios TE analitinę išraišką daugianario pavidalu;
4. grafikus, pagal kuriuos būtų galima įvertinti, kaip gerėjo sprendinys priklausomai nuo TE narių skaičiaus:
   1. grafikas, kuris nurodo visą randamų šaknų skaičių nagrinėjamame intervale (ox-TE eilė, oy – šaknų skaičius);
   2. atskiri grafikai kiekvienai šakniai, kuriuose oy ašyje pateikti tikslumo įverčiai tarp ℎ(𝑥) apskaičiuotos šaknies ir artimiausios TE šaknies, o ox ašyje TE narių skaičiai.

**Pradiniai duomenys**

Užduoties variantas: 8.

Funkcija:



### Teiloro eilutės tarpiniai grafikai

Daugianario reikšmės skaičiavimui naudojama rekurentinė funkcija:

|  |
| --- |
| def ts(x, x0, elementCount):  if (elementCount > 0):  return (np.power((x-x0), elementCount) / math.factorial(elementCount)) \* lambdify\_func(derivative\_func(f, elementCount), x0) + ts(x, x0, elementCount - 1)  else:  return lambdify\_func(f, x0) |

Teiloro eilutė, kai jos narių skaičius 3 – geltona, 4 – žalia ir 5 – mėlyna (raudona yra funkcija, juodas pradinis TE taškas):

A graph with colored lines

Description automatically generated

pav. 7 – teiloro eilutė, kai jos narių skaičius 3, 4 ir 5

### Sudaryto daugianario vaizdavimas

Vaizduojama 26 elementų Teiloro eilutė (juoda), pradinis TE taškas, ir funkcija (raudona)

A graph with a red line

Description automatically generated

pav. 8 – grafiškai vaizduojama 26 elementų Teiloro eilutė

### Gauta TE išraiška

Gaunama daugianario išraiška:

|  |
| --- |
| 1.62793026614317e-21\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*25\*(-5\*sin(x) + 33554432\*sin(2\*x)) +  2.71321711023861e-20\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*24\*(5\*cos(x) - 16777216\*cos(2\*x)) +  4.34114737638177e-19\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*23\*(5\*sin(x) - 8388608\*sin(2\*x)) +  6.65642597711872e-18\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*22\*(-5\*cos(x) + 4194304\*cos(2\*x)) +  9.76275809977412e-17\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*21\*(-5\*sin(x) + 2097152\*sin(2\*x)) +  1.36678613396838e-15\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*20\*(5\*cos(x) - 1048576\*cos(2\*x)) +  1.82238151195784e-14\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*19\*(5\*sin(x) - 524288\*sin(2\*x)) +  2.30834991514659e-13\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*18\*(-5\*cos(x) + 262144\*cos(2\*x)) +  2.77001989817591e-12\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*17\*(-5\*sin(x) + 131072\*sin(2\*x)) +  3.13935588459937e-11\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*16\*(5\*cos(x) - 65536\*cos(2\*x)) +  3.34864627690599e-10\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*15\*(5\*sin(x) - 32768\*sin(2\*x)) +  3.34864627690599e-9\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*14\*(-5\*cos(x) + 16384\*cos(2\*x)) +  3.12540319177892e-8\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*13\*(-5\*sin(x) + 8192\*sin(2\*x)) +  2.7086827662084e-7\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*12\*(5\*cos(x) - 4096\*cos(2\*x)) +  2.16694621296672e-6\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*11\*(5\*sin(x) - 2048\*sin(2\*x)) +  1.58909388950893e-5\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*10\*(-5\*cos(x) + 1024\*cos(2\*x)) +  0.000105939592633929\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*9\*(-5\*sin(x) + 512\*sin(2\*x)) +  0.000635637555803571\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*8\*(5\*cos(x) - 256\*cos(2\*x)) +  0.00339006696428571\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*7\*(5\*sin(x) - 128\*sin(2\*x)) +  0.0158203125\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*6\*(-5\*cos(x) + 64\*cos(2\*x)) +  0.06328125\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*5\*(-5\*sin(x) + 32\*sin(2\*x)) +  0.2109375\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*4\*(5\*cos(x) - 16\*cos(2\*x)) +  0.5625\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*3\*(5\*sin(x) - 8\*sin(2\*x)) +  1.125\*(0.666666666666667\*x + 1)\*\*2\*(-5\*cos(x) + 4\*cos(2\*x)) +  (x + 1.5)\*(-5\*sin(x) + 2\*sin(2\*x)) +  5\*cos(x) - cos(2\*x) + 2 |

### Sprendinio tikslumo kitimo grafikai

grafikas, kuris nurodo visą randamų šaknų skaičių keliant TE ilgį nuo 0 iki 22

atskiri grafikai kiekvienai šakniai, kuriuose oy ašyje pateikti tikslumo įverčiai tarp ℎ(𝑥) apskaičiuotos šaknies ir artimiausios TE šaknies, o ox ašyje TE narių skaičiai: